DECF 2002

Thèmes

PROBLÈME 1

- ***Calcul matriciel*** **:** *calcul de produits matriciels et résolution d'un système linéaire de deux équations à deux inconnues*
- ***Programmation linéaire*** **:** *problème de maximisation sous contraintes linéaires (deux variables) ; mise en équation puis résolution graphique*

PROBLÈME 2

- ***Probabilités*** **:** *loi normale ; espérance et écart type d'une combinaison linéaire de deux variables aléatoires normales indépendantes ; distribution d'échantillonnage de proportion ; test d'hypothèse unilatéral portant sur une proportion*

PROBLÈME 3

- ***Analyse des données :*** *lecture du cercle des corrélations d'une analyse en composantes principales (ACP)*

BARÈME INDICATIF

• Problème 1	partie 1 3 *points*	partie 2 6 *points*
• Problème 2	partie 1 3 *points*	partie 2 5 *points*
• Problème 3	3 *points*	

• **TOTAL 20 points**

Les trois problèmes qui constituent le sujet peuvent être traités indépendamment les uns des autres.

Chaque candidat disposait de deux feuilles de papier millimétré, dont ***une seule à rendre avec la copie****.*
Une table de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite était fournie en annexe.

Les problèmes 1 et 2 concernent la Société AROM'ART, qui fabrique et commercialise deux types de café : « Qualité courante » et « Qualité supérieure ».

PROBLÈME 1

PREMIÈRE PARTIE

On considère les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 5 & 12 \end{pmatrix} \; ; \; B = \begin{pmatrix} 4/35 & -1/35 \\ -1/21 & 2/21 \end{pmatrix} \; ; \; U = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \; ; \; W = \begin{pmatrix} 22\,500 \\ 16\,500 \end{pmatrix}.$$

Travail à faire par le candidat

1. **Effectuer le produit matriciel** $A \times U$.

   Calculer le produit matriciel $A \times B$ (*le détail des calculs n'est pas exigé*).

On considère le système d'équations (S) suivant : $\begin{cases} 10x + 3y = 22\,500 \\ 5x + 12y = 16\,500. \end{cases}$

Travail à faire par le candidat

2. **a. Donner une écriture matricielle du système** (S).

   b. Résoudre le système (S)**.**

DEUXIÈME PARTIE

Chacun des deux types de café de la Société AROM'ART est un mélange composé de deux variétés de grains : « ARABICA » et « ROBUSTA ».

Le café de « Qualité courante » contient deux fois plus de grains « ROBUSTA » que de grains « ARABICA », alors que le café de « Qualité supérieure » contient quatre fois plus de grains « ARABICA » que de grains « ROBUSTA ».
On admettra que les grains de café ont tous un poids identique.

Pour l'année à venir :

- la Société disposera de 1 500 tonnes de grains « ROBUSTA » et de 1 100 tonnes de grains « ARABICA » ;
- la Société décide de ne pas dépasser une production de 2 000 tonnes de café de « Qualité courante », et de 600 tonnes de café de « Qualité supérieure » ;
- si on désigne par p la marge sur coûts variables par tonne de café vendu de « Qualité courante », la marge sur coûts variables par tonne de café vendu de « Qualité supérieure » est égale à $1{,}25p$;
- on suppose que la Société parviendra à vendre toute sa production.

On note : x la quantité produite pour l'année à venir (en tonnes) de café de « Qualité courante »,
y la quantité produite pour l'année à venir (en tonnes) de café de « Qualité supérieure ».

Travail à faire par le candidat

1. Justifier que x et y sont soumis aux contraintes suivantes :

- $x \geq 0$; $y \geq 0$;
- $x \leq 2\,000$; $y \leq 600$;
- $10x + 3y \leq 22\,500$;
- $5x + 12y \leq 16\,500$.

L'objectif des questions suivantes est de déterminer les quantités x et y qu'il faut produire pour maximiser la marge sur coûts variables totale.

2. a. Formuler le problème sous la forme canonique d'un programme linéaire.

b. Le couple (x, y) solution du système (S) de la première partie de ce problème est-il un programme admissible ? Justifier la réponse.

c. En utilisant la méthode de résolution graphique, déterminer les quantités x et y qu'il faut produire pour maximiser la marge sur coûts variables totale.

On utilisera, sur le papier millimétré fourni, les unités suivantes :
en abscisse : 1 cm pour 200 tonnes ;
en ordonnée : 1 cm pour 100 tonnes.

PROBLÈME 2

Ce problème ne concerne que le café de « Qualité courante ».

PREMIÈRE PARTIE

La production de café de « Qualité courante » est écoulée en partie sur le marché national et en partie à l'étranger. Les quantités X et Y, exprimées en tonnes, de ce type de café, annuellement vendues, respectivement sur le marché national et sur le marché étranger, constituent deux variables aléatoires indépendantes suivant chacune une loi normale.

D'après le responsable des ventes, l'espérance mathématique de la variable aléatoire Y est de 600 tonnes.
Il estime par ailleurs que la probabilité pour que la quantité Y soit comprise entre 450 et 750 tonnes est égale à $\frac{3}{5}$.

Travail à faire par le candidat

1. Dans ces conditions, déterminer, à 1 tonne près, l'écart type de la variable aléatoire Y.

Une étude plus approfondie du service commercial a permis d'établir que, pour l'année à venir :
- la variable aléatoire X suit une loi normale d'espérance mathématique 1 200 tonnes et d'écart type 250 tonnes ;
- la quantité Y suit en fait une loi normale d'espérance mathématique 600 tonnes et d'écart type 176 tonnes ;
- le prix de vente de la tonne pour l'année à venir est égal à 3 200 euros sur le marché national et à 2 900 euros sur le marché étranger.

On désigne par C le chiffre d'affaires annuel, exprimé en euros, pour l'année à venir, sur le café de « Qualité courante ».

Travail à faire par le candidat

2. a. Exprimer C en fonction de X et de Y.

b. Déterminer l'espérance mathématique et l'écart type de C.

c. En admettant que C suit une loi normale, déterminer, à 10^{-2} près, la probabilité que le chiffre d'affaires annuel réalisé sur le café de « Qualité courante » dépasse 6,2 millions d'euros.

DEUXIÈME PARTIE

Selon le responsable des ventes, la fréquence, parmi les points de vente possibles à l'étranger, de ceux qui commercialisent la marque AROM'ART, est égale à 0,30.

Travail à faire par le candidat

1. On se place dans l'hypothèse où cette fréquence est effectivement égale à 0,30.
On considère que la loi de probabilité de la variable aléatoire qui, à tout échantillon de 250 points de vente possibles, associe la proportion de ceux qui commercialisent la marque AROM'ART, est une loi normale. **Déterminer les paramètres de cette loi.**

2. L'affirmation du responsable des ventes paraît optimiste au service commercial, qui décide de tester, au seuil de signification de 5 %, cette hypothèse d'une fréquence égale à 0,30, en observant un échantillon de 250 points de vente.

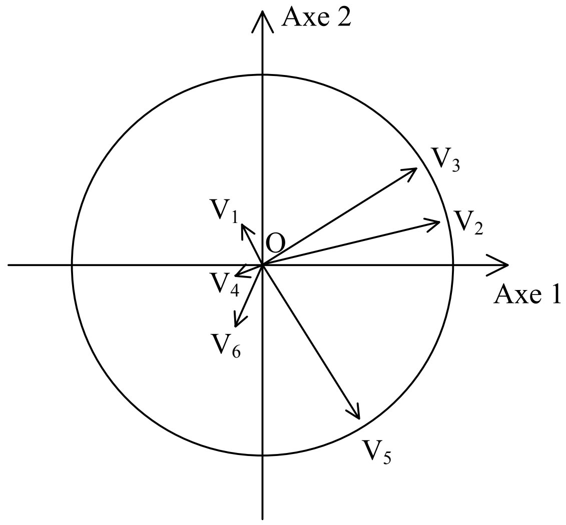
a. Construire un test d'hypothèse adapté à cette situation.

b. Le service commercial met en œuvre le test précédent sur un échantillon de 250 points de vente ; parmi eux, 60 commercialisent la marque AROM'ART
Quelle sera la conclusion de ce service ?

PROBLÈME 3

Un échantillon de 40 grandes entreprises d'activités comparables a été étudié sous l'angle de 6 variables. Une analyse en composantes principales (ACP) a été réalisée sur les données centrées réduites. On a obtenu la représentation graphique suivante des 6 variables étudiées :

Cercle des corrélations



Travail à faire par le candidat

1. Citer toutes les variables qui ne peuvent pas être interprétées sur cette représentation graphique. Justifier brièvement la réponse.

2. Déterminer graphiquement une valeur approchée du coefficient de corrélation linéaire entre la variable V_5 et la première composante principale.

3. Y a-t-il corrélation linéaire entre les variables V_5 et V_3 d'une part, et entre les variables V_2 et V_3 d'autre part.

PROBLÈME 1

Première partie

1. Calcul du produit matriciel $A\times U$

On a : $A\times U=\begin{pmatrix}10 & 3\\ 5 & 12\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}10x+3y\\ 5x+12y\end{pmatrix}$.

$$\boxed{A\times U=\begin{pmatrix}10x+3y\\ 5x+12y\end{pmatrix}}$$

Calcul du produit matriciel $A\times B$

On a : $A\times B=\begin{pmatrix}10 & 3\\ 5 & 12\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}4/35 & -1/35\\ -1/21 & 2/21\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

$$\boxed{A\times B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}}$$

Le détail des calculs n'est pas exigé, ce produit peut donc être effectué avec une calculatrice, et le résultat donné sans explications. Rappelons, pour les lecteurs qui effectuent les calculs « à la main », la technique utilisée :

$$\begin{array}{cc} & \begin{pmatrix}4/35 & -1/35\\ -1/21 & 2/21\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}10 & 3\\ 5 & 12\end{pmatrix} & \begin{pmatrix}1 & \bullet\\ \bullet & \bullet\end{pmatrix}\end{array}\qquad 1=10\times\frac{4}{35}+3\times\left(-\frac{1}{21}\right)$$

2. a. Écriture matricielle du système (S)

Le système d'équations : $\begin{cases}10x+3y=22\,500\\ 5x+12y=16\,500\end{cases}$ s'écrit : $\begin{pmatrix}10 & 3\\ 5 & 12\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}22\,500\\ 16\,500\end{pmatrix}$ soit $A\times U=W$.

$$\boxed{(S)\ \text{ s'écrit} : A\times U=W}$$

b. Résolution du système (S)

D'après la question **1.**, $A\times B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, la matrice A est donc inversible, et son inverse est $A^{-1}=B$.

Le système (S) est donc équivalent à : $U=A^{-1}\times W$ soit $\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4/35 & -1/35\\ -1/21 & 2/21\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}22\,500\\ 16\,500\end{pmatrix}$, ce qui donne : $\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\,100\\ 500\end{pmatrix}$.

$$\boxed{(S)\text{ a pour solution : } x=2\,100\,;\ y=500.}$$

L'énoncé n'impose pas de méthode de résolution, on peut donc utiliser :
- *la méthode de substitution ;*
- *la méthode des combinaisons linéaires ;*
- *la méthode des déterminants ;*

voire - *la résolution à l'aide d'une calculatrice résolvant les systèmes linéaires.*

Il est clair cependant que les questions précédentes incitent à utiliser le calcul matriciel.

PROBLÈME 1

Deuxième partie

1. Justification des contraintes

On a : • $\boxed{x \geq 0\,; \quad y \geq 0}$ car x et y sont des quantités,

• $\boxed{x \leq 2\,000\,; \quad y \leq 600}$ car la Société a décidé de ne pas dépasser une production de 2 000 tonnes de café de « Qualité courante », et de 600 tonnes de café de « Qualité supérieure ».

De plus, on sait que :

- le café de « Qualité courante » contient deux fois plus de grains « ROBUSTA » que de grains « ARABICA », ce qui signifie qu'il est composé de 1/3 d'arabica et 2/3 de robusta ;
- le café de « Qualité supérieure » contient quatre fois plus de grains « ARABICA » que de grains « ROBUSTA », ce qui signifie qu'il est composé de 4/5 d'arabica et 1/5 de robusta.

Compte tenu des quantités disponibles (1 500 tonnes de robusta et 1 100 tonnes d'arabica), on a donc :

$\frac{2}{3}x + \frac{1}{5}y \leq 1\,500$ soit en multipliant les deux membres par 15 : $\boxed{10x + 3y \leq 22\,500}$;

$\frac{1}{3}x + \frac{4}{5}y \leq 1\,100$ soit en multipliant les deux membres par 15 : $\boxed{5x + 12y \leq 16\,500}$.

Ne pas hésiter, pour éviter les erreurs dans les proportions, à faire des dessins :

	Qualité courante (1 tonne)
	ARABICA
2 fois plus de robusta	ROBUSTA
	ROBUSTA

Qualité supérieure (1 tonne)	
ARABICA	
ARABICA	4 fois plus d'arabica
ARABICA	
ARABICA	
ROBUSTA	

On voit alors aisément que pour produire :

x tonnes de « qualité courante », il faut : $\frac{1}{3}x$ *tonnes d'arabica et* $\frac{2}{3}x$ *tonnes de robusta,*

et y tonnes de « qualité supérieure », il faut : $\frac{4}{5}y$ *tonnes d'arabica et* $\frac{1}{5}y$ *tonnes de robusta,*

soit en tout : $\frac{1}{3}x + \frac{4}{5}y$ *tonnes d'arabica et* $\frac{2}{3}x + \frac{1}{5}y$ *tonnes de robusta.*

2. a. Forme canonique du programme linéaire

La marge sur coûts variables par tonne de café vendu de « Qualité courante » est p, et la marge sur coûts variables par tonne de café vendu de « Qualité supérieure » est $1{,}25p$, donc, puisqu'on suppose que la Société parviendra à vendre toute sa production, la fonction à maximiser s'écrit $px + 1{,}25py$

Comme p est strictement positif, il revient au même de maximiser la fonction $Z = x + 1{,}25y$.

Forme canonique du programme linéaire : Maximiser $Z = x + 1{,}25y$ avec : $\begin{cases} 0 \le x \le 2\,000 & (1) \\ 0 \le y \le 600 & (2) \\ 10x + 3y \le 22\,500 & (3) \\ 5x + 12y \le 16\,500 & (4) \end{cases}$

b. Le couple (x, y) solution du système (S) est-il un programme admissible ?

Le couple $(2\,100\,,500)$ n'est pas un programme admissible car la contrainte (1) n'est pas vérifiée.

Il est important de justifier clairement la réponse donnée. En effet, même si une erreur a été commise dans la résolution du système (S), la réponse pourra être considérée comme juste si la justification est cohérente.

c. Quantités qu'il faut produire pour maximiser la marge sur coûts variables totale

On obtient la représentation graphique en traçant les « droites frontières » d'équations :

$$\begin{cases} x = 2\,000 & D_1 \\ y = 600 & D_2 \\ 10x + 3y = 22\,500 & D_3 \\ 5x + 12y = 16\,500 & D_4 \end{cases}$$

Pour tracer D_3 et D_4 on peut chercher les coordonnées de deux de leurs points. On obtient :

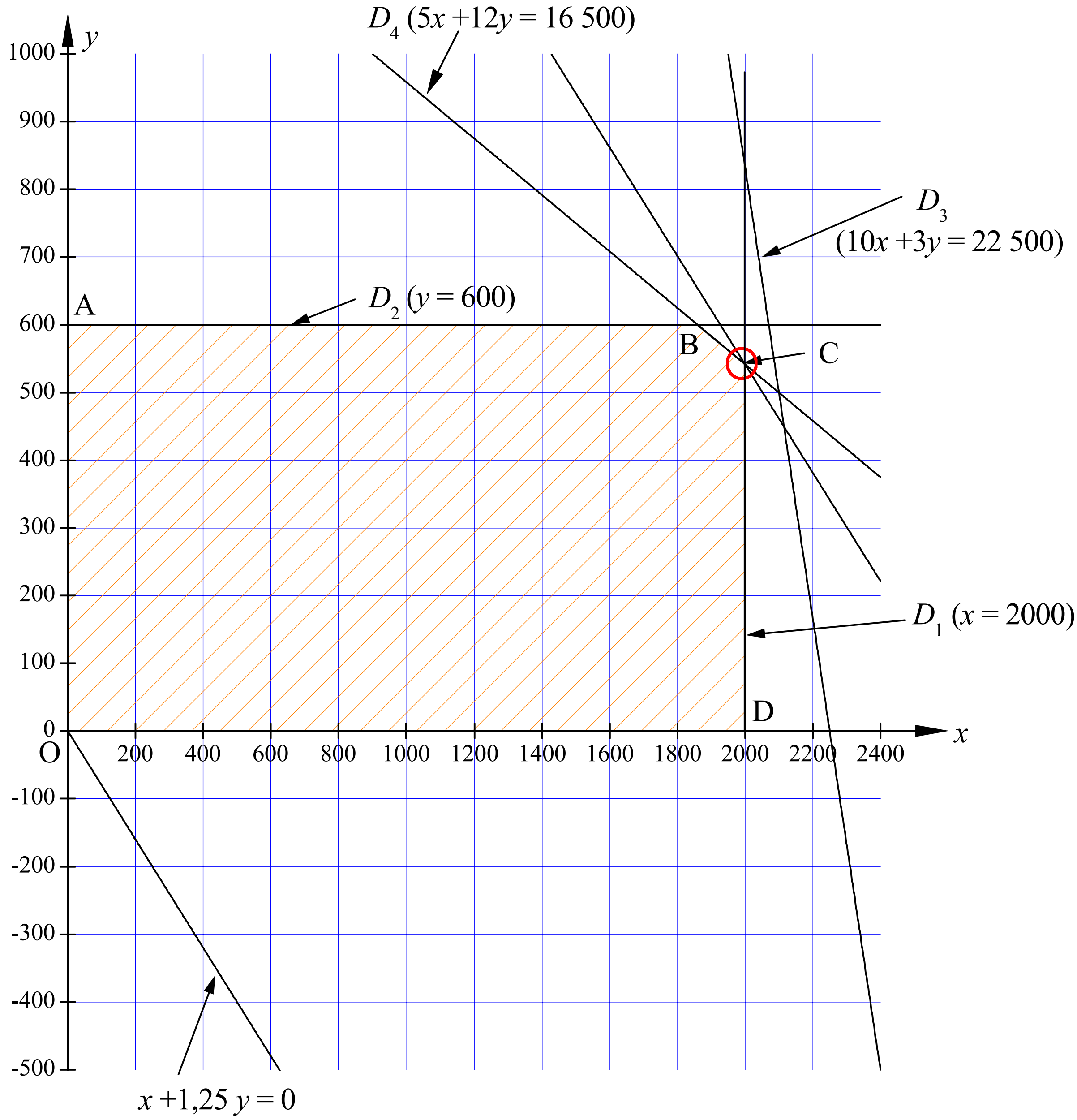
pour D_3 : $(2\,000\,;833{,}33)$ *et* $(2\,200\,;166{,}67)$

pour D_4 : $(1\,000\,;958{,}33)$ *et* $(2\,200\,;458{,}33)$.

Pour chaque contrainte, c'est par exemple en étudiant si l'origine (0, 0) *vérifie ou non celle-ci, que l'on détermine le demi-plan qui doit être retenu.*

Ainsi par exemple, les couples (x, y) vérifiant la troisième contrainte, correspondent aux points situés en ***dessous*** *de D_3 puisque (*$10 \times 0 + 3 \times 0 \le 22\,500$*) est vérifié.*

Représentation graphique en page suivante



L'ensemble des programmes admissibles est hachuré (intérieur du polygone OABCD).

Première méthode

Les droites représentant la fonction économique sont toutes les droites d'équations : $x + 1{,}25y = k$, le réel k décrivant l'ensemble des réels positifs ou nuls. Elles sont toutes parallèles à la droite Δ d'équation $x + 1{,}25y = 0$ (droite passant par O, tracée en pointillés ci-dessus).

> *Rappelons que plus k est grand, plus la distance entre O et la droite d'équation $x + 1{,}25y = k$ est élevée.*

On obtient graphiquement le maximum de la fonction économique en déterminant la droite parallèle à Δ dont la distance à O est maximale, et dont l'intersection avec l'ensemble des programmes admissibles est non vide. On lit ainsi sur le graphique que le maximum est atteint au point C.

Les coordonnées de ce point, situé à l'intersection de D_1 et D_4, sont les solutions du système : $\begin{cases} x = 2\,000 \\ 5x + 12y = 16\,500 \end{cases}$ ce qui donne : $x = 2\,000$, $y = \dfrac{1625}{3} \approx 541{,}67$.

Pour maximiser la marge totale, il faut produire :	2 000 tonnes de café de qualité courante,
et	541,67 tonnes de qualité supérieure.

Deuxième méthode
On peut également trouver cette solution, à partir du graphique, par recensement des sommets du polygone frontière de l'ensemble des programmes admissibles. Il est inutile alors de tracer Δ et ses parallèles. On obtient :

Nom du sommet sur la *figure*	coordonnées (x, y)	valeur de $x+1{,}25y$
O	$(0, 0)$	0
A	$(0, 600)$	750
B	$(1\,860\,;600)$	2 610
C	**(2 000 ; 541,67)**	**2 677**
D	$(2\,000, 0)$	2 000

PROBLÈME 2

Première partie

1. Écart type de la variable aléatoire Y

Notons σ l'écart type de Y. On sait que Y suit la loi normale $\mathcal{N}(600\,;\sigma)$ et que $P(450 < Y < 750) = \frac{3}{5}$.

Posons $T = \frac{Y-600}{\sigma}$. On sait que $T \rightsquigarrow \mathcal{N}(0\,;1)$.

L'égalité $P(450 < Y < 750) = 0{,}6$ est donc équivalente aux égalités suivantes :

$P\left(\frac{450-600}{\sigma} < T < \frac{750-600}{\sigma}\right) = 0{,}6$ soit $\Pi\left(\frac{150}{\sigma}\right) - \Pi\left(\frac{-150}{\sigma}\right) = 0{,}6$ ou encore $2\Pi\left(\frac{150}{\sigma}\right) - 1 = 0{,}6$,

ce qui donne $\Pi\left(\frac{150}{\sigma}\right) = 0{,}8$.

Par lecture dans la table de Π, on trouve $\frac{150}{\sigma} \approx 0{,}84$ d'où l'on déduit que : $\sigma \approx 178{,}6$.

L'écart type de la variable aléatoire *Y* est égal à **178, 6 tonnes.**

2. a. Expression de C **en fonction de** X **et de** Y.

Compte tenu des données, on a : $\boxed{C = 3\,200X + 2\,900Y}$.

2. b. Espérance mathématique et écart type de C

Rappelons que si a et b sont des constantes, on a :
- espérance de $aX + bY$: $\mathrm{E}(aX + bY) = a\mathrm{E}(X) + b\mathrm{E}(Y)$,
et si de plus X et Y sont indépendantes :
- variance de $aX + bY$: $\mathrm{V}(aX + bY) = a^2\mathrm{V}(X) + b^2\mathrm{V}(Y)$

Espérance de C :

$$E(C) = 3\,200E(X) + 2\,900E(Y) = 5\,580\,000 \;;$$

Écart type de C :

$$\sigma(C) = \sqrt{V(C)} = \sqrt{3\,200^2\,V(X) + 2\,900^2\,V(Y)} = \sqrt{3\,200^2 \times 250^2 + 2\,900^2 \times 176^2} \approx 948\,951,$$

puisque X et Y sont indépendantes.

Espérance de C : **5 580 000 euros ;** Écart type de C : **948 951 euros.**

Remarque* 1 :** *pour calculer l'écart type de* C *il est conseillé de calculer d'abord la variance. Attention, l'écart type de C n'est* ***PAS *égal à* $3\,200\sigma(X) + 2\,900\sigma(Y)$.
***Remarque* 2 :** *il est indispensable de mentionner l'indépendance des variables aléatoires X et Y pour justifier la validité de la formule* $V(aX + bY) = a^2V(X) + b^2V(Y)$.

2. c. Probabilité que le chiffre d'affaires annuel dépasse 6,2 millions d'euros

On sait que C suit la loi normale $\mathcal{N}(5\,580\,000\,;948\,951)$.

Posons $T' = \dfrac{C - 5\,580\,000}{948\,951}$; on sait que $T' \rightsquigarrow \mathcal{N}(0\,;1)$, et on a :

$$P(C > 6\,200\,000) = P\left(T' > \frac{6\,200\,000 - 5\,580\,000}{948\,951}\right) = 1 - \Pi(0{,}65) = 1 - 0{,}74 = 0{,}26.$$

La probabilité que le chiffre d'affaires annuel dépasse 6,2 millions d'euros vaut environ **0,26**.

PROBLÈME 2

Deuxième partie

Notons F_{250} la variable aléatoire qui, à tout échantillon de 250 points de vente possibles, associe la proportion de ceux qui commercialisent la marque AROM'ART

1. Paramètres de la loi de F_{250}

D'après le cours, F_{250} suit la loi normale $\mathcal{N}\left(0{,}3\,;\sqrt{\dfrac{0{,}3 \times 0{,}7}{250}}\right)$. Ses paramètres sont donc :

Espérance de F_{250} : **0,30 ;** Écart type de F_{250} : **0,029.**

2. a. Construction d'un test d'hypothèse adapté

Le test adapté est un test d'hypothèse unilatéral.

- **Mise en place du test**

On teste l'hypothèse nulle : $H_0 : p = 0{,}30$
contre l'hypothèse alternative : $H_1 : p < 0{,}30$ au seuil de 5 %.

Ce sont les valeurs ***trop faibles*** *par rapport à* 0,30 *qui conduiront le service commercial à refuser l'hypothèse* H_0 *puisqu'il trouve optimiste l'affirmation (qui correspond à* H_0*) du responsable des ventes.*

- **Détermination de la région critique**

Si H_0 est vraie : $F_{250} \sim \mathcal{N}(0{,}3\,;0{,}029)$.

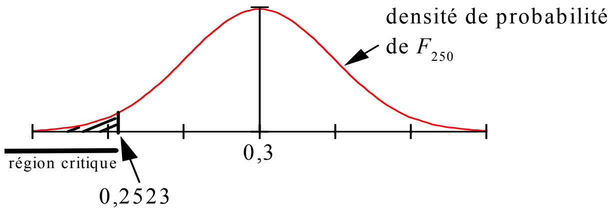
L'égalité $P(F_{250} < k) = 0{,}05$ est donc équivalente aux égalités suivantes :

$\Pi\left(\dfrac{k-0{,}3}{0{,}029}\right) = 0{,}05$, soit $1-\Pi\left(\dfrac{k-0{,}3}{0{,}029}\right) = 1-0{,}05$, ou encore : $\Pi\left(-\dfrac{k-0{,}3}{0{,}029}\right) = 0{,}95$.

D'après la table de Π, on a : $\Pi(1{,}645) = 0{,}95$.

On en déduit que : $\dfrac{0{,}3-k}{0{,}029} = 1{,}645$ d'où $k = 0{,}2523$.

Vérifier que la valeur frontière de la région critique est bien inférieure à 0,30.
Illustration *:*



- **Critère de décision**

L'hypothèse H_0, selon laquelle 30 % des points de vente à l'étranger commercialisent la marque AROM'ART, sera **rejetée** si l'on observe, sur un échantillon de 250 points de vente, un pourcentage **inférieur à 25,23 %.**

Le critère de décision doit être très clairement énoncé.

2. b. Conclusion du service commercial

Sur l'échantillon de 250 points de vente observé par le service commercial, 60 commercialisent la marque AROM'ART

Or, $\dfrac{60}{250} = 0{,}24$ et $0{,}24 < 0{,}2523$ donc on rejette H_0.

Le service commercial refuse l'hypothèse selon laquelle 30 % des points de vente à l'étranger commercialisent la marque AROM'ART.

Un test bilatéral est ici nettement moins adapté à la situation mais conduit à la même conclusion.
On teste dans ce cas $H_0 : p = 0{,}30$ *contre* $H_1 : p \neq 0{,}30$.
Région d'acceptation de H_0 *:* $[0{,}3 - 1{,}96 \times 0{,}0290\,;0{,}3 + 1{,}96 \times 0{,}0290] = [0{,}2432\,;0{,}3568]$
Même conclusion car $0{,}24 < 0{,}2432$.

PROBLÈME 3

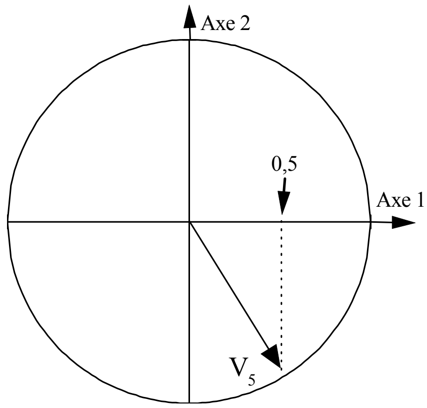
1. Variables qui ne peuvent pas être interprétées sur cette représentation graphique

Seules les variables représentées par des points proches du cercle des corrélations peuvent être interprétées, donc :

$\boxed{\text{Les variables } V_1, V_4 \text{ et } V_6 \text{ ne peuvent pas être interprétées.}}$

2. Coefficient de corrélation linéaire entre V_5 et la première composante principale.

Le coefficient de corrélation linéaire entre la variable V_5 et la première composante principale est donné par la coordonnée sur l'axe 1 du point représentant la variable V_5. On obtient environ 0,5 (le cercle des corrélations a pour rayon 1).



3. Étude de la corrélation linéaire entre V_5 et V_3

Les variables V_5 et V_3 sont représentées par des points qui forment un angle droit avec O.

$\boxed{\text{Il n'y a donc } \textbf{aucune corrélation} \text{ linéaire entre } V_5 \text{ et } V_3.}$

Étude de la corrélation linéaire entre V_2 et V_3

Les variables V_2 et V_3 sont représentées par des points voisins l'un de l'autre.

$\boxed{\text{Il y a donc une } \textbf{forte corrélation} \text{ linéaire entre } V_2 \text{ et } V_3.}$