



1^{er} centre de formation
comptable via Internet.



Les corrigés des examens DPECF - DECF 2003

48h après l'examen sur
www.comptalia.com

L'école en ligne qui en fait **+** pour votre réussite

Préparation aux DPECF et DECF via Internet

SESSION 2003

MATHEMATIQUES APPLIQUEES ET INFORMATIQUE

SUJET DE MATHEMATIQUES APPLIQUÉES

Durée : 2 heures - Coefficient : 0,5

Matériel autorisé

Une calculatrice de poche à fonctionnement autonome sans imprimante, et sans aucun moyen de transmission à l'exclusion de tout autre élément matériel ou documentaire.

Document remis au candidat.

Le sujet comporte 6 pages numérotées de 1 à 6.

Il vous est demandé de vérifier que le sujet est complet dès sa mise à votre disposition.

BAREME INDICATIF :

Partie 1 :	4 points
Partie 2 :	6 points
Partie 3 :	6 points
Partie 4 :	4 points

Les quatre parties qui constituent le sujet peuvent être traitées indépendamment les unes des autres.

Une table de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite est fournie en annexe 2.

AVERTISSEMENT

Si le texte du sujet, de ses questions ou des ses annexes, vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement dans votre copie.

SUJET

La Société VTT-EVASION est une petite entreprise spécialisée dans le montage et la commercialisation de VTT (vélos tout terrain). Compte tenu du développement de ce secteur d'activité, plusieurs études sont menées afin d'améliorer les performances de l'entreprise.

PARTIE 1 : étude commerciale

Cinq modèles de VTT, de prix, de conceptions et d'équipements différents sont proposés à la vente: ASPIN, LAUT ARET, ISERAN, GALIBIER. et TOURMALET. Afin de répondre au mieux à l'attente des clients, le service commercial de l'entreprise a effectué une étude auprès des revendeurs, qui, pour 500 VTT vendus, ont noté l'âge, de l'acheteur, son type de pratique du VTT, ainsi que ses moyens financiers. Les données recueillies ont fait l'objet d'une analyse factorielle des correspondances dont certains résultats figurent en *Annexe 1*.

Travail à faire

A partir des résultats donnés et du graphique figurant en annexe 1, répondre aux questions suivantes en justifiant brièvement les réponses :

- 1. Le graphique obtenu donne-t-il une représentation satisfaisante de la population étudiée ?**
- 2. Quel type de clientèle semble attirée par le modèle ASPIN.
Même question pour le modèle TOURMALET.
Quelles sont les caractéristiques des acheteurs qui s'opposent sur l'axe 1 ?**
- 3. L'âge de l'acheteur a-t-il une influence décisive sur le choix d'un modèle ?**
- 4. L'entreprise envisage,, pour améliorer sa productivité. de diminuer le nombre de modèles proposés. Quel(s) modèle(s) serait-il le plus judicieux d'abandonner ? (La réponse devra tenir compte de, la qualité de la représentation.)**

PARTIE 2 : optimisation de la production

La Société VTT-EVASIONN a décidé de limiter sa production aux modèles ASPIN ISERAN et TOURMALET. Le temps nécessaire au montage de chacun de ces modèles, le coût des pièces utilisées et la marge unitaire sont indiquées dans le tableau suivant :

	Modèles		
	ASPIN	ISERAN	TOURMALET
Temps de montage (en heures)	1	1,5	3
Coût des pièces (en euros)	80	90	120
Marge unitaire (en euros)	32	45	72

Compte tenu des disponibilités en main d'oeuvre et en trésorerie, le programme initial de fabrication quotidien est fixé à 6 unités ASPINT, 12 unités ISERAN et 12 unités TOURMALET, soit une production totale de 30 VTT par jour.

Travail à faire

1. Calculer le temps total de montage, le coût total des pièces et la marge totale correspondant à ce programme.

2. L'entreprise cherche à maximiser la marge, sans augmenter la durée totale de montage et le coût total des pièces. Elle peut, par contre, admettre une production totale maximale de 35 VTT par jour.

a. Ecrire la forme standard du problème à résoudre.

On notera x , y et z les nombres respectifs de VTT ASPIN, ISERAIN et TOURMALET fabriqués par jour, et e_1 , e_2 et e_3 les variables d'écart correspondant respectivement à la production totale, au temps de montage et au coût des pièces.

b. Déterminer par la méthode du simplexe le programme de fabrication qui maximise la marge totale. (On fera figurer sur la copie les tableaux de calcul).

c. Calculer l'augmentation de la marge totale correspondant à cette solution par rapport au programme initial en admettant que le dernier tableau est le suivant :

	x	y	z	e_1	e_2	e_3	
e_1	0	0	0	1	1/3	- 1/60	5
z	- 1/3	0	1	0	1	- 1/60	10
y	4/3	1	0	0	- 4/3	1/30	20
Fonction économique	- 4	0	0	0	- 12	- 3/10	- 1 620

PARTIE 3 : étude des marges bénéficiaires

L'organisation choisie est de séparer la production en trois unités U_1 , U_2 , U_3 , spécialisées respectivement dans le montage, des modèles ASPIN, ISERAN et TOURMALET.

Compte tenu du caractère semi-artisanal de la production, les nombres de VTT montés par semaine dans chaque unité ne sont pas fixes mais sont représentés par des variables aléatoires indépendantes X_1 , X_2 , X_3 qui suivent des lois normales, respectivement :

$$N(50 ; 5), N(70 ; 6) \text{ et } N(35 ; 4),$$

le premier paramètre désignant l'espérance mathématique et le second l'écart type.

Les marges unitaires brutes sur chacun des modèles sont toujours de 32, 45 et 72 euros et le montant total des coûts annexes est de 5 200 euros par semaine.

Travail à faire

Les montants en euros seront arrondis à l'entier le plus proche. Les probabilités seront données à 10^{-2} près.

1. On note M_1 , M_2 , M_3 les marges totales brutes hebdomadaires sur chacun des trois modèles. Calculer l'espérance mathématique et l'écart type de chacune de ces trois variables.

2. On note M_H la marge nette hebdomadaire (marge totale brute moins coûts annexes) et on admet que la variable aléatoire M_H suit une loi normale. Montrer que son espérance mathématique est 2 070 euros et son écart type 426 euros.
3. Calculer la probabilité que la marge nette hebdomadaire soit :
 - a. supérieure à 2 100 euros ;
 - b. comprise entre 1900 euros et 2 300 euros.
4. À quel montant faudrait-il limiter les coûts annexes hebdomadaires pour que la probabilité d'avoir une marge nette hebdomadaire supérieure à 2 100 euros dépasse 0,9 ?

PARTIE 4 : contrôle de la qualité
--

Dans une production de VTT sortis des ateliers, on choisit un échantillon aléatoire, assimilé à un échantillon non exhaustif, de 350 VTT dont le montage est soigneusement contrôlé. Sur les 350 VTT contrôlés, en en a compté 21 présentant au moins un défaut de montage.

Travail à faire

1. Déterminer l'intervalle de confiance à 92 % de la proportion de VTT présentant au moins un défaut de montage. (On arrondira les bornes à 10^{-2} près).

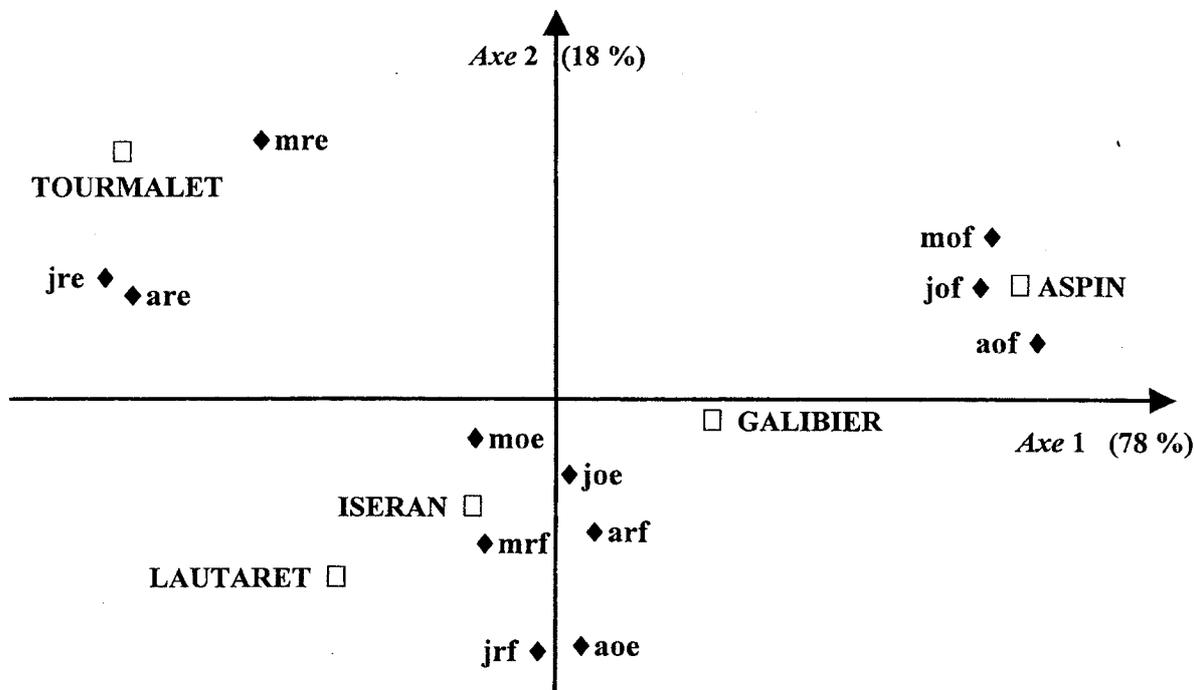
La direction de l'entreprise se fixe pour objectif d'abaisser à 3 % la proportion des VTT présentant au moins un défaut de montage. Dans ce but, une action est menée pour améliorer la qualité de la production. Après cette action, on contrôle un échantillon non exhaustif de 200 VTT dans lequel on compte 7 VTT présentant au moins un défaut de montage.

2. Construire un test unilatéral, au seuil de signification 5 % permettant de décider si l'objectif (une proportion de 0,03) a été atteint. Conclure en utilisant l'échantillon de 200 VTT observé.

ANNEXE 1

Profil de 500 acheteurs de VTT - Analyse factorielle des correspondances.

Profils lignes et profils colonnes sur le plan (axe 1 ; axe 2) :



Légende : j : moins de 18 ans ; m : entre 18 et 30 ans ; a : plus de 30 ans.
o : pratique occasionnelle ; r : pratique régulière.
f : moyens financiers faibles ; e : moyens financiers élevés.

Qualité de représentation et contribution des 12 catégories d'acheteurs

		jof	joe	jrf	jre	mof	moe	nirf	mre	aof	aoe	arf	are
Cosinus carrés (qualité de la représentation)	Axe 1	0,95	0,02	0,01	0,95	0,90	0,13	0,04	0,47	0,99	0,02	0,09	0,94
	Axe 2	0,04	0,44	0,93	0,03	0,09	0,46	0,77	0,46	0,01	0,75	0,86	0,03
Contribution (%)	Axe 1	14	0	0	13	29	0	0	6	11	0	0	26
	Axe 2	3	1	20	2	13	3	6	27	1	15	6	4

Qualité de représentation et contribution des 5 modèles de VTT

		ASPIN	LAUTARET	ISERAN	GALIBIER	TOURMALET
Cosinus carrés (qualité de la représentation)	Axe 1	0,94	0,56	0,39	0,45	0,74
	Axe 2	0,05	0,39	0,59	0,00	0,26
Contribution (%)	Axe 1	53	7	2	3	34
	Axe 2	11	22	15	0	52

ANNEXE 2

Fonction de répartition de la loi normale centrée réduite

Table de F(u) en fonction de u :

u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 1	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 3	0,773 4	0,776 4	0,779 3	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,826 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 6	0,892 5	0,894 3	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 8	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6
3,0	0,998 7	0,998 7	0,998 7	0,998 8	0,998 8	0,998 9	0,998 9	0,998 9	0,999 0	0,999 0
3,1	0,999 0	0,999 1	0,999 1	0,999 1	0,999 2	0,999 2	0,999 2	0,999 2	0,999 3	0,999 3
3,2	0,999 3	0,999 3	0,999 4	0,999 4	0,999 4	0,999 4	0,999 4	0,999 5	0,999 5	0,999 5
3,3	0,999 5	0,999 5	0,999 5	0,999 6	0,999 6	0,999 6	0,009 6	0,999 6	0,999 6	0,999 7
3,4	0,999 7	0,999 7	0,999 7	0,9997	0,999 7	0,999 7	0,999 7	0,999 7	0,999 7	0,999 8

CORRIGE

PARTIE 1

1. Les axes 1 et 2 contiennent au total 96 % de l'inertie. La représentation est donc très **satisfaisante**.

2. Le modèle ASPIN attire la catégorie **des pratiquants occasionnels aux faibles moyens financiers**.
 En effet sur le graphique \blacklozenge mof, \blacklozenge jof, \blacklozenge aof sont très proche de \square ASPIN, assez loin du centre, et ces 4 profils sont bien représentés, situation qui caractérise une attraction entre un profil ligne et un profil colonne.
 Le modèle TOURMALET, au contraire, s'adresse **aux pratiquants réguliers ayant des moyens financiers élevés**. (Proximité sur le graphique des profils \square TOURMALET et des profils \blacklozenge mre, \blacklozenge are, \blacklozenge jre tous bien représentés et assez loin du centre). L'attraction est moins prononcée ici que dans le cas précédent.
 L'axe 1 oppose les **pratiquants réguliers aisés** (re) dont les points sont situés à gauche, près de l'axe 1, loin du centre et bien représentés, aux pratiquants occasionnels à faibles moyens financiers (of) dont les points sont situés à droite, près de l'axe 1, loin du centre et bien représentés.

3. Il n'y a pas de localisation particulière des points clients selon l'âge. (légendes j,m,a). Donc **l'âge de l'acheteur n'a pas d'influence décisive sur le choix d'un modèle**.

4. Contrairement aux 2 autres, les modèles GALIBIER et LAUTARET n'attirent pas de clientèle particulière. On peut envisager d'arrêter leur production.
 Cependant, si le profil LAUTARET est assez bien représenté ($0,56 + 0,39$ est proche de 1), le profil GALIBIER est mal représenté ($0,45 + 0,00$ est plus proche de 0 que de 1), il faudrait donc plus de renseignements pour conclure, en particulier les poids des profils des 5 modèles de VTT.

PARTIE 2

1. Temps total de montage : $1 * 6 + 1,5 * 12 + 3 * 12 = 60$ heures.
 Coût total des pièces : $80 * 6 + 90 * 12 + 120 * 12 = 3\ 000$ euros.
 Marge totale : $32 * 6 + 45 * 12 + 72 * 12 = 1\ 596$ euros.

2. a. Forme standard du problème à résoudre :
 Maximiser $Z = 32x + 45y + 72z$
 Avec $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, e_1 \geq 0, e_2 \geq 0, e_3 \geq 0$

et

$$\begin{cases} x + y + z + e_1 = 35 \\ x + 1,5y + 3z + e_2 = 60 \\ 80x + 90y + 120z + e_3 = 3\ 000 \end{cases}$$

b. Résolution par la méthode du simplexe

	x	y	z	e ₁	e ₂	e ₃	R	R/VE
e ₁	1	1	1	1	0	0	35	35
e ₂	1	1,5	3	0	1	0	60	20
e ₃	80	90	120	0	0	1	3 000	25
Z	32	45	72	0	0	0	0	

e ₁	2/3	1/2	0	1	- 1/3	0	15	30
z	1/3	1/2	1	0	1/3	0	20	40
e ₃	40	30	0	0	- 40	1	600	20
Z	8	9	0	0	- 24	1	- 1 440	

e ₁	0	0	0	1	1/3	- 1/60	5
z	- 1/3	0	1	0	1	- 1/60	10
y	4/3	1	0	0	- 4/3	1/30	20
Z	- 4	0	0	0	- 12	- 3/10	- 1 620

Conclusion

La marge est maximale si on produit : **0 modèle ASPIN, 20 modèles ISERAN et 10 modèles TOURMALET.**

c. Par rapport à la solution initiale, **la marge a augmenté de 24 euros** (1 620 – 1 596 = 24)

PARTIE 3

$$\begin{aligned}
 1. \quad E(M_1) &= 32 \quad E(X_1) = 32 * 50 = \mathbf{1\ 600} ; & \sigma(M_1) &= 32\sigma(X_1) = 32 * 5 = \mathbf{160} ; \\
 E(M_2) &= 45 \quad E(X_2) = 45 * 70 = \mathbf{3\ 150} ; & \sigma(M_2) &= 45\sigma(X_2) = 45 * 6 = \mathbf{270} ; \\
 E(M_3) &= 72 \quad E(X_3) = 72 * 35 = \mathbf{2\ 520} ; & \sigma(M_3) &= 72\sigma(X_3) = 72 * 4 = \mathbf{288} ;
 \end{aligned}$$

$$2. M_H = M_1 + M_2 + M_3 - 5\ 200, \text{ donc } E(M_H) = 1\ 600 + 3\ 150 + 2\ 520 + 5\ 200 = \mathbf{2\ 070}$$

$$M_1, M_2 \text{ et } M_3 \text{ sont indépendants } \sigma(M_H) = \sqrt{160^2 + 270^2 + 288^2} = 426$$

$$3. \quad a. \quad P(M_H > 2100) = 1 - P(M_H \leq 2100) = 1 - \Pi\left(\frac{2100 - 2070}{426}\right) = 1 - \Pi(0,07) \approx 0,47$$

$$b. \quad P(1900 \leq M_H \leq 2300) = \Pi\left(\frac{2300 - 2070}{426}\right) - \Pi\left(\frac{1900 - 2070}{426}\right) = \Pi(0,54) - \Pi(-0,40) \approx 0,36$$

4. Soit x le montant cherché des coûts annexes hebdomadaires.

$$E(M_H) = 1\,600 + 3\,150 + 2\,520 - x = 7\,270 - x$$

$$P(M_H > 2100) = 1 - \Pi\left(\frac{2100 - 7270 + x}{426}\right) = \Pi\left(\frac{5170 - x}{426}\right).$$

$$P(M_H > 2100) = 0,9 \text{ s'écrit } \Pi\left(\frac{5170 - x}{426}\right) > \Pi(1,29), \text{ donc } \frac{5170 - x}{426} > 1,29$$

d'où $x < 5\,170 - 1,29 * 426$ il faudrait donc limiter les coûts annexes hebdomadaires à 4 620 €. (Accepter les valeurs entières de 4 620 à 4624).

PARTIE 4

1. Intervalle de confiance d'une proportion : $I = \left[f - t\sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}}; f + t\sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}} \right],$

où : $f = \frac{21}{350} = 0,06, n = 350, \Pi(t) = 1 - \frac{1 - 0,92}{2} = 0,96$ d'où $t = 1,75$

$I = [0,04 ; 0,08]$. (Accepter les intervalles avec n au lieu de $n-1$ dans le calcul de l'écart type).

2. Hypothèse $H_0 : p = 0,03$ contre $p > 0,03$. On fait un test unilatéral au seuil 5 %, $\Pi(t) = 0,95$ pour $t = 1,645$.

Zone critique (rejet de H_0) : $\left] 0,03 + 1,645\sqrt{\frac{0,03 * 0,97}{200}}; +\infty \right[$ soit $] 0,0498; +\infty[$

Dans l'échantillon contrôlé, on a $f = 7/100 = 0,035$, qui est inférieur à 0,0498, donc **l'action menée a permis d'atteindre l'objectif de manière significative au seuil 5%**.